مجلهٔ علوم دانشگاه تهران جلد ۱۷ شماره‌های ۱ و۲ سال ۱۳۶۷ از صفحهٔ ۱ تا ۶

پیشنهادی دربارهٔ بیان تحلیلی حالت بحرانی راکتورهای هسته‌ای

دکتر عمادالدین فقاهتی

گروه فیزیک دانشگاه تهران، انتهای خیابان کارگر شمالی

چکیده

روشی برای محاسبه چندگروهی شرایط بحرانی راکتورهای هسته‌ای، ویژه مواردی که استفاده از تابع های مشخصه برای بیان فلوهای گروهی امکان پذیر باشد، پیشنهاد شده است. تحلیل n گروهی حالت بحرانی به‌شیوهٔ پیشنهادی، چه در مورد راکتور لخت و چه‌دربارهٔ راکتور دارای بازتاباننده، به‌یک‌یا دوسیستم معادلات خطی و همگن n مجهولی می‌انجامد. اجرای محاسبات ۳، ٤ یا ٥گروهی ساده و سریع است، و ازاین نظر بسیار مناسب برای مطالعات پارامتری است. کاربرد آزمونی ۳گروهی در مورد یک راکتورحرارتی انجام‌گرفته که نتایج آن در حد انتظار باداده‌های تجربی توافق دارد.

J. of Science, Univ. of Tehran (1988) **17**, 1-6.

A Useful Analytical Formulation of Criticality Conditions for Nuclear Reactors

Dr. Emad - eddin Feghahati

Physics Department, Tehran University

Abstract

An analytical multigroup method of nuclear reactor criticality calculation, based on characteristic function representation of neutron group fluxes, is proposed. The technique, applied to a bare or reflected core with N - group treatment of the flux, leads to one or two systems of only N homogenious linear equations in N unknowns. Few - group calculartion can be easily and rapidly carried out on a microcomputer, so that the technique is very suitable for parametric studies. A three - group test calculation has been carried out for the Teheran Research Reactor, the results of which agrees well with the existing exper - imental data .

۱ - مقدمه

حالت بحرانی‌راکتور هسته‌ای‌را ترکیب مواد سازندهٔ قلب، ابعاد وشکل هندسی‌آن، ویژگیهای‌قشر بازتاباننده نوترون‌ها ، وتا حدی نیز پارامترهای دما وفشارتعیین می‌کند.

رابطه اساسی برای بیان حالت بحرانی ، توازن میان تولید و از بین رفتن نوترونها در واحد زمان در قلب راکتور است:

قرار + جذب = تولید

در عمل، بسبب اینکه فلوی نوترونی‌در راکتورتابع‌مختصات

است، حساب این توازن ساده نیست. البته می‌توان بااستفاده از نظریهٔ ترابرد، رابطه‌های ریاضی نسبتاً دقیقی برای آن نوشت، ولی چنین رابطه‌ها عموما شکل نمادی دارند ودر هیچگونه شرایط به معادله‌های تحلیلی ساده‌ای نمی‌انجامند. تنها راه برای بدست آوردن نتایج عملی از آنها، در ضمن استفاده از تقریب‌های ویژه، توسل به روشهای محاسبهٔ عددی است.

برای محاسبات نوترونی راکتور ممکن است از نظریهٔ پخش، که نسبت به‌نظریه ترابرد ساده‌تر است ولی دقت‌کمتری دارد، استفاده‌کرد. بویژه اگر راکتورشکل هندسی منظمی داشته باشد و ناهمگنی در آن شدید نباشد، باکاربرد نظریه پخش می‌توان رابطه‌های تحلیلی برای بیان فلو در حالت بحرانی بدست آورد. در چنین شرایط فلوی مربوط به‌هرگروه انرژی در قلب یا باز تاباننده بصورت یک ترکیب خطی از تعدادی تابع های مختصات بیان میشود که آنها را تابع‌های مشخصه فلو می‌نامند.

روش تحلیلی در دهه‌های‌اول شکل‌گیری نظریه راکتورهای هسته‌ای مورد توجه بود ولی محدود میشد به محاسبه‌های دو یا سه گروهی. در دهه‌های اخیر، بدلایل زیر، این روش‌عملاً کنار گذاشته شده است:

۱- نیاز به ساخت راکتور های با ساختمان بسیار ناهمگن

۲- فراهم شدن حسابگرهای بزرگ ومناسب برای محاسبات عددی‌گسترده

۳- روش‌محاسبه‌تحلیلی n گروهی، بصورتی که‌درمتن های‌منتشر شده. (Megreblian and Holmes, 1960: Onega, 1975) ارائه‌شده است،منجربحل n ۲ معادلهٔ‌خطی‌همگن n ۲مجهولی‌میگردد که در ضرائب آنها پارامتر های گوناگون وارد میشود. نوشتن برنامه‌کامپیوتری واجرای سراحل عملیات برای بدست آوردن جواب چنین سیستم، وقتی n بزرگتر از ۲ یا ۳ باشد، پیچیده تر وطولانی‌تر از محاسبه عددی است.

شیوه‌های محاسبات عددی راکتور در متن های متعدد ازجمله:
Bell - Glastone, 1970)
Melville, 1964, IAEA, 1972, Duderstadt et al, 1976)
بتفصیل مورد بحث قرارگرفته و مقالات دراین زمینه بیشمار است.

در این مقاله، روش تحلیلی برپایه نظریه‌پخش باتغییراتی در فرمولبندی ارائه میشود که‌کاربرد n گروهی‌آن چه درموردراکتور-های لخت وچه در مورد راکتورهای دارای بازتاباننده به‌یک یادو سیستم معادلات خطی همگن و همشکل n مجهولی میانجامد و محاسبات بمیزانی قابل ملاحظه ساده‌تر میگردد.

۲- محاسبه شرایط بحرانی

فرض ما براین است که‌شرایط لازم‌برای بیان‌فلوی‌های‌گروهی با تابع های مشخصه‌وجود دارد. فلوی‌گروه انرژی i ام‌بصورت یک ترکیب خطی‌از تعدادی تابع های مشخصه F_j نشان داده‌می‌شود:

$$\varphi_i = \sum_{j=1}^{m} a_{ij} F_j \qquad (۱)$$

از سوی دیگر میدانیم که φ_i باید در معادلهٔ پخشی بصورت:

$$-D_i \nabla^2 \varphi_i + \Sigma_i \varphi_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{n} s^{k\to i} \varphi_k \qquad (۲)$$

صدق کند که در آن D_i ضریب پخش و Σ_i ضریب جذب و حذف مربوط به‌گروه i و $s^{k\to i}\varphi_k$ سهم‌گروه k درنوترونهای چشمه برای‌گروه i است. بنابراین معادله، باید همه‌تابع های مشخصه که درگروه k وجود دارند درگروه i نیز وجود داشته باشند. چون‌گروههای‌انرژی از یکدیگر بوجود میآیند، بلافاصله باین نتیجه میرسیم که درحالت تعادل شکل تابع های مشخصه‌برای همه‌گروههای انرژی یکیست، و تنها ضرائب آن‌ها تفاوت می‌کند. پس‌فلوهای‌گروهی‌را درحالت بحرانی می‌توان چنین نوشت:

$$\begin{array}{l}
\varphi_1 = a_{11} F_1 + \dots + a_{1j} F_j + \dots + a_{1m} F_m \\
\vdots \\
\varphi_i = a_{i1} F_1 + \dots + a_{ij} F_j + \dots + a_{im} F_m \qquad (۳) \\
\vdots \\
\varphi_n = a_{ni} F_i + \dots + a_{nj} F_j + \dots + a_{nm} F_m
\end{array}$$

بنابه‌معادله (۲) ضریب F_j در عبارت φ_i یک تابع خطی‌ازضرائب همان تابع درفلوهای‌گروههای دیگر است،بعبارت دیگر درماتریس

$$\begin{bmatrix} a_{11} \dots a_{1j} \dots a_{1m} \\ \vdots \\ a_{j1} \dots a_{ij} \dots a_{im} \\ \vdots \\ a_{n1} \dots a_{nj} \dots a_{nm} \end{bmatrix} \qquad (۴)$$

جمله‌های هرستون تابع خطی یکدیگرند، یعنی:

$$a_{ij} = \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{n} t_{ki} a_{kj} \quad j = ۱, ۲, \dots, n \text{ برای} \qquad (۵)$$

این شرط اول برای حالت بحرانی است.

ازحل معادلهٔ (۲) و باتوجه به‌شکل هندسی راکتور شکل کلی تابع های مشخصه و نیز عبارت ضریب‌های t_{ki} معین میشود. معادله‌های (۵) بازاء هر j معین یک سیستم خطی همگن n مجهولی میسازند. چنین سیستم درصورتی دارای جواب است که دترمینان ضرائب آن برابر صفر باشد. ریشه‌های این‌دترمینان مقدار

پارامترهائی است که در عبارات‌های تابع های مشخصه و ضریب ـ های t_{ki} وارد میشوند. لازم باشاره است که ریشه های دترمینان **یاد شده تابع ضریب تکثیر بینهایت (k_∞) میباشند ولی تابع j نیستند.** پس کافی است که مسئله برای یک j دلخواه حل شود.

باتعیین t_{ki} ها همه جمله های ماتریس (٤) برحسب جمله‌های یک‌سطر مثلا سطر (١) معین میشوند.

تا اینجابحث کلی و براین فرض بود که همه گروههای انرژی درتشکیل هریک ازآنها شرکت‌دارند. درمورد راکتورهای حرارتی اگر تعداد گروهها کم باشد، اغلب میتوان هرگروه را فقط حاصل از گروه پیشین در نظرگرفت. در اینحالت شرط اول بحرانی بصورت ساده زیر در میاید:

$$t_{12} \times \ldots\ldots \times t_{(n-1)n}\, t_{n1} = 1 \qquad (٦)$$

معادله (٢) یک جواب بدون طرف دوم نیز دارد. در حالت بحرانی باید ضریب‌این تابع برابرصفر باشد، زیرا، در غیر اینصورت تابع یاد شده بگروههای دیگرانتقال‌یافته وسپس باضریب بینهایت درگروه i ظاهر میشود. اینمطلب با استفاده از معادله (٢) برای اشکال مختلف راکتور قابل اثبات است. اگر ضریب مذکور را به h_i نشان دهیم، شرط بحرانی دوم چنین میشود:

$$h_i = 0, \qquad \text{برای}\quad i = 1, 2, \ldots\ldots, n \qquad (٧)$$

عبارت h_i را میتوان باسانی محاسبه‌کرد: ابتدا فرض می‌کنیم که هیچ نوترونی‌از بازتابانده به‌راکتور برنگردد، یعنی J_- در مرز قلب برای همه گروهها برابر صفر باشد، از اعمال این شرط بر جواب کلی معادله (٢) عبارتی برای h_i بدست میاید، که آنرا به $h_i(\mathrm{Int})$ نشان میدهیم. سپس نوترونهائی راکه از باز تاباننده درگروه i بقلب وارد می‌شوند درنظر میگیریم و چگالی جریان آنها را در مرز به $J_i(\mathrm{Ref})$ نشان میدهیم. بدیهی است که فلوی‌حاصل از پخش آنها را در قلب راکتور می‌توان مستقلا درنظرگرفت. برای بدست آوردن عبارت این فلو کافی است که جواب بدون طرف‌دوم معادله(٢)رابدست‌آورده وشرط مرزی $J_- = J_i^{(\mathrm{Ref})}$ را درباره آن بکار بریم. بدین ترتیب جزء دیگر h_i که‌آنرا به $h_i(\mathrm{Ext})$ نشان میدهیم بدست می‌آید. پس شرط بحرانی دوم را می‌توان چنین نوشت:

$$h_i = h_i(\mathrm{Int}) + h_i(\mathrm{Ext}) = 0, \quad i = 1, 2, \ldots, n \qquad (٨)$$

اینها نیز n معادله خطی همگن n مجهولی می‌سازند.

عبارت $J_i(\mathrm{Ref})$ را درمورد یک راکتور یک بعدی مثلا تخته‌ای یا کروی ونیز در مورد راکتورهای دو یا سه بعدی، بجز در نزدیکی لبه‌ها، می‌توان بصورت

$$J_i(\mathrm{Ref}) = \sum_{k=1}^{u} P_{ki} J_{k+} \qquad (٩)$$

نشان دادکه در آن P_{ki} عبارت است از احتمال اینکه بازای یک نوترون که درگروه k ازقلب خارج میشود نوترونی درگروه i بقلب برگردد.

P_{ki} رابروش های مختلف از جمله باکاربرد نظریه پخش یا نظریه ترابرد، یا روش مونت‌کارلو، ویا با سنجش‌های عملی می‌توان تعیین کرد. یک نکته مهم‌این است که این ضرائب یکبار برای همیشه برای وضع خاص هر بازتاباننده تعیین میشوند و مستقل از مشخصات قلب راکتور می‌باشند.

بدیهی است کـه ضرائب P_{ki} در محاسبات عددی نیز ممکن است بکار رود واز اینرو توسط پژوهشگران دیگر نیز مورد توجه قرارگرفته‌است (Kalambokas et al, 1976 Allen et al, 1963 Maeker et al, 1965,).

بطور خلاصه روش‌کار درحالت‌کلی بـرای تعیین شرایط بحرانی وتوزیع فلو باشیوه پیشنهادی چنین است:

١ـ مقداری‌تخمینی به k_∞ داده میشود وریشه‌های دترمینان مربوط بیکی ازسیستمهای n مجهولی (٥) تعیین، و t_{ki} ها محاسبه شده، وماتریس(٤) برحسب جملات سطر (١) نوشته می‌شود.

٢ـ ریشه‌ها وضرائب محاسبه شده در سیستم معادلات همگن (٨) برده میشود ومقدار دترمینان مربوط به‌آن تعیین وعملیات بطریق ایتراسیون ادامه داده میشود تا این دترمینان صفر شود. بدین‌ترتیب شرایط بحرانی معین میگردد.

٣ـ برای تعیین توزیع فلوهای گروهی بحرانی باید سیستم (٨) حل شود، وکافی است که‌این معادله‌ها را بر a_{11} تقسیم کنیم که در اینصورت $(n-1)$ مجهول خواهیم داشت که ازحل $(n-1)$ معادلهٔدلخواه ازمعادله های (٨) معین‌می‌شوند. a_{11} که نامشخص است بعنوان فاکتور اشل باقی می‌ماند و اندازه آن بستگی به سطح قدرت راکتور دارد.

لازم به یادآوری است که ضریب تکثیر مؤثر طبق معمول از رابطه:

$$k_{\mathrm{eff}} = \frac{h_\infty}{k_{\infty c}} \qquad (١٠)$$

که در آن $k_{\infty c}$ ضریب تکثیر بینهایت بحرانی‌است، بدست می‌آید.

بمنظور تجسم میزان آسانی‌کار در بسیاری از موارد عملی، محاسبه٣گروهی یک‌راکتور حرارتی را درنظرگیریم. در این حالت

شرط بحرانی اول بصورت زیر برحسب پارامتر باکلینگ β نوشته میشود:

$$\left(1+\beta^2\frac{D_1}{\Sigma_1}\right)\left(1+\beta^2\frac{D_2}{\Sigma_2}\right)\left(1+\beta^2\frac{D_3}{\Sigma_3}\right)-k_\infty=0 \qquad (11)$$

ریشه‌های این رابطه یعنی مقادیر β که در آن صدق می‌کنند در یک دترمینان از درجه ۳ مربوط به سیستم معادلات (۸) برده‌میشود که باید آنرا صفر نماید. برای تعیین توزیع فلوها نیز حل دو تا از این سه معادله کافی است.

۳- کاربرد

یک محاسبه آزمونی سریع سه‌گروهی درمورد یک راکتورمدل با مشخصات زیر انجام‌گرفته است:

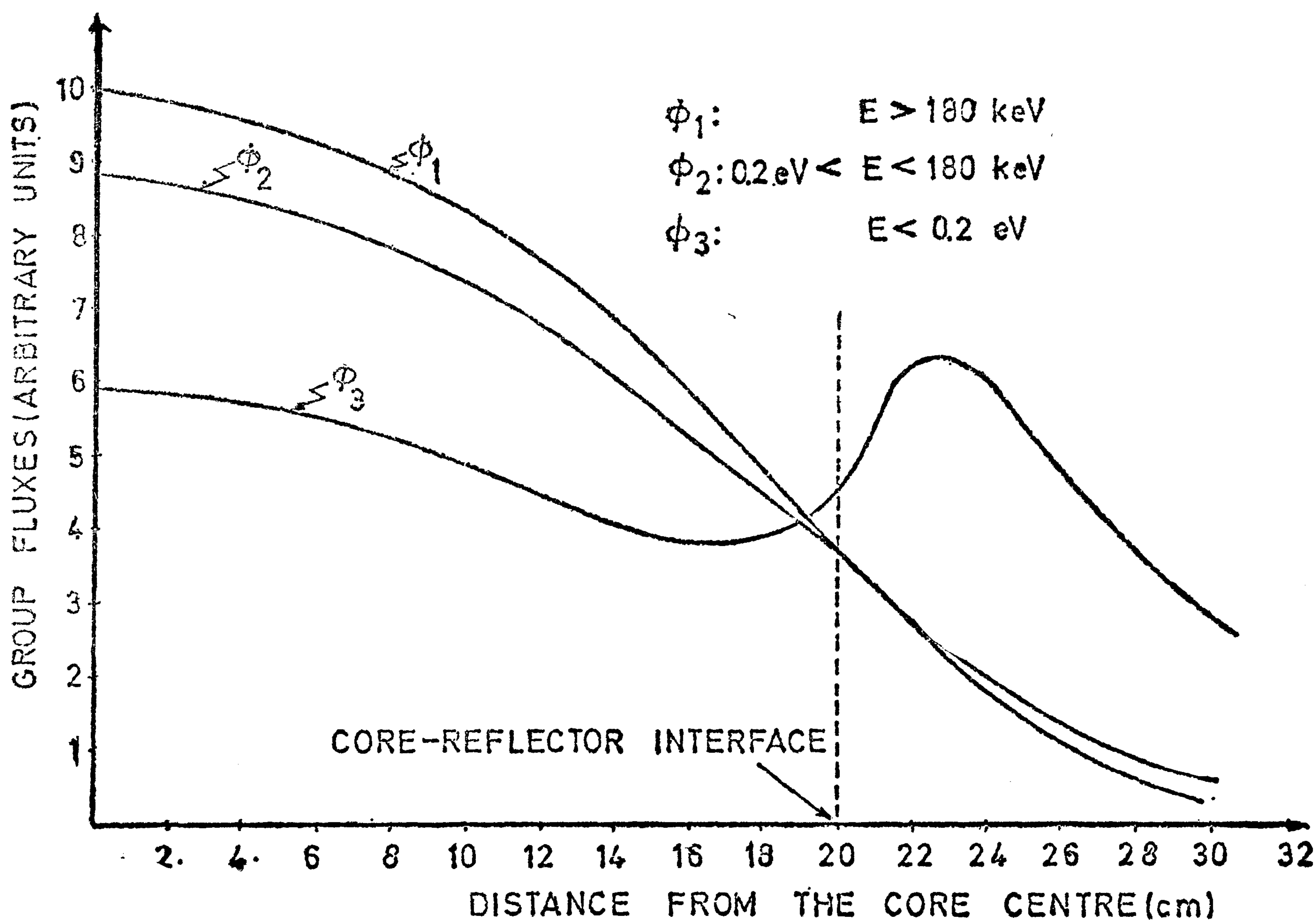
عناصر سوخت	از نوع MTR باآرایش ۵×۵
ابعاد قسمت فعال قلب	۶۰×۴۰×۴۰ سانتیمتر
عیار سوخت	۹۰٪ اورانیوم -۲۳۵
جرم اورانیوم - ۲۳۵	۴٫۳۱۲ کیلوگرم
مدراتور	آب بانسبت حجمی فلز برآب برابر ۰٫۵۳
بازتاباننده	آب در چهار ظرف وآب وآلومینیم در بالا وپایین بانسبت حجمی فلز برآب برابر با ۰٫۵۳
ضریب تکثیر بینهایت	۱٫۶۳

مسئله ابتدا برای دو راکتور تخته‌ای به‌کلفتی‌های ۴۰ و ۶۰ سانتیمتر حل ، وسپس از رابطهٔ باکلینگ‌ها،

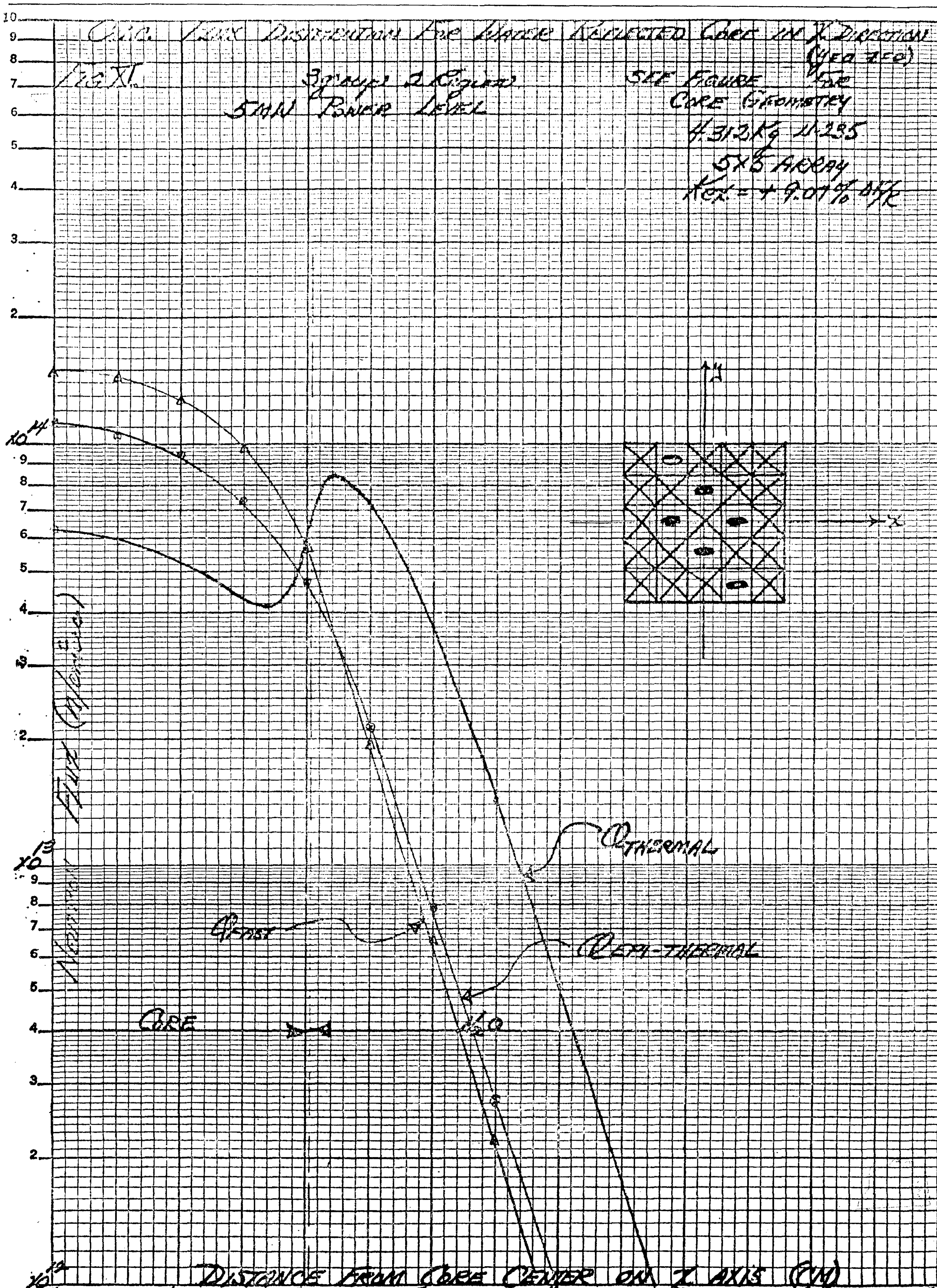
$$\beta^2=\beta^2_x+\beta^2_y+\beta^2_t \qquad (12)$$

استفاده شد . در مورد ضرائب p_{ki} داده‌های مونت-کارلوئی بکار برده شد. مقدار k_{eff} برابر با ۱٫۰۸۱ بدست آمد . در جزوه‌ای که توسط سازنده راکتور منتشر شده مقدار P_{ki} برای مدل یاد شده ۱٫۰۹ داده شده است که با داده‌های تجربی نیز توافق دارد (AMF Atomics, 1959)

توزیع افقی فلوهای سه‌گروهی در امتداد خطی که از مرکز قلب می‌گذرد وبر دو سطح مقابل عمود است، برپایهٔ محاسبهٔ انجام یافته، در شکل ۱ دیده میشود. فلوهای سه‌گروهی در بازتاباننده مستقلا محاسبه شده است. منحنی‌هائی راکه سازنده راکتور برای همان شرایط تهیه‌کرده است درشکل ۲ می‌بینیم .



شکل ۱- منحنی‌های توزیع فلوهای سه‌گروهی درقلب راکتور باسوخت MTR و مدراتور و بازتابانندهٔ آب



شکل ۲ـ منحنی های توزیع فلوهای سه گروهی درراکتور تهران ـ تهیه شده توسط سازنده

٤- نتیجه گیری

١- روش پیشنهاد شده بسیار مناسب برای مطالعات پارامتری است: مثلا تعیین اثریکه تغییر درجه غنای سوخت، نسبت سوخت به مواد دیگر، تغییر در ابعاد راکتوریا تغییر در مشخصات بازتاننده در میزان راکتیویته وارد می کنند.

٢- این روش را در مورد راکتوی که دارای پوششی از یک ماده حاصلخیز در اطراف قلب است، نیز میتوان بکار برد. دراینمورد ضرائب P_{ki} برای مجموعه لایه حاصلخیز وقشر بازتابنده محاسبه می شود.

٣- باتوجه به محدود بودن دقت نظریه پخش وبرای احتراز از محاسبه دترمینانهای از رتبه های بالا بهتراست که تعدادگروههای انرژی از ٥ یا ٦ تجاوز نکند، واین برای مطالعات پارامتری کافی بنظر میرسد .

References

Allen F. J. Futterer A. and Wright W. (1963) Neutron Reflection Flux Versus Depth of Water, Alum - inum, Iron and concrete, BRL 1204, BRL 1238, BRL 1199 and BRL 1189.

AMF Atomics , U. S. A. (1959) Core physics for the University of Teheran Research Reactor.

Bell G. I. and Glastone S. (1970) *Nuclear Reactor Theory*, van-Nostrand Co.

Duderstadt J. J. and Hamilton L. J. (1976) *Nuclear - Reactor Analysis*, Jonh - Wiley .

IAEA (1972) Numerical Reactor Calculations, Proce - edings of a seminar, Vienna .

Kalambokas P. C. and Henry A. F. (1976) The Repres - entation of Light - water Reflectors by Boundary Condi tion , *Nuclear sci. Eng.*, **61**, 181.

Maerker R. E. and Muckenthaler F. J. (1965) Differe - ntial Fast Neutron Albedos for Concrete, *ORNL*-2822, Vols **I - VI** .

Megreblian R . V. and Holmes D. K. (1960) *Reactor Analysis*, Mc. Graw - Hill Book Company.

Melville C. and Hansen K. F. (1964) *Numerical Methods of Reactor Analysis*, Academic Press .

Onega R. J. (1975) *An Introduction to Fission Reaetor Theory*, University Publications .