

## فیلتر پیشگوی مختلط در حوزه فرکانس- مکان

نگاه ارجمندپور<sup>۱</sup> و حمیدرضا سیاه کوهی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشگاه آزاد اسلامی- واحد تهران شمال

<sup>۲</sup> موسسه زئوفیزیک دانشگاه تهران

*hamid@ut.ac.ir*

(دریافت: ۸۳/۴/۳۰؛ پذیرش: ۸۴/۳/۲)

### چکیده

فیلتر پیشگو در حوزه فرکانس- مکان (F-X) تکنیکی برای کاهش نویفه های تصادفی از مقاطع لرزه‌ای است. با توجه به اینکه در حوزه فرکانس- مکان به ازای هر فرکانس ثابت، سینتال در مقایسه با نویفه بصورت تابعی از  $\propto$  قابل پیشگوئی است، از اینرو می‌توان از تئوری وینر برای طراحی فیلترهای مختلط پیشگو بر اساس کمترین مربعات استفاده کرد. خروجی چنین فیلتری بخش قابل پیش‌بینی داده‌های لرزه‌ای خواهد بود. بخش غیر قابل پیشگوئی (یا همان نویفه های تصادفی) خروجی فیلتر دومی خواهد بود که با استفاده از ضرایب فیلتر پیشگو طراحی می‌شود و به فیلتر خطای پیشگویی معروف است. در این مطالعه برنامه کامپیوترا فیلترهای مختلط در محیط MATLAB تدوین و کارآیی آنها در حذف نویفه های همدوس از رکورد لرزه‌ای چشم متشترک و حذف نویفه های تصادفی از مقطع لرزه‌ای نشان داده شد.

**واژه‌های کلیدی:** فیلتر فرکانس- مکان، وهمامیخت پیشگو، فیلتر وینر، حذف نویفه.

## ۱- مقدمه

فیلتر کردن در واقع تفکیک انواع مختلف سیگنال از همدیگر است. در پردازش داده‌های لرزه‌ای این کار می‌تواند بمنظور حذف امواج مزاحم (نواف) یا بازسازی سیگنالی که بخشی از آن به هر نحوی از حالت طبیعی و قابل انتظارش خارج شده است، باشد. معمولاً تقویت یک سیگنال یا تضعیف نوافه مستلزم دو گام اساسی است: الف) تعیین کاراکتر یا مشخصه‌ای که بر اساس آن بتوان در رکورد لرزه‌ای سیگنال را از نوافه تشخیص داد ب) تهیه نرمافزاری بر اساس کاراکتر مذکور برای اعمال فیلتر.

مبانی فیلتر پیشگوی F-X توسط Canales (۱۹۸۴) معرفی و توسط Gulunay (۱۹۸۶) تکمیل گردید. اساس کار آن پیشگویی سریهای مختلف بوده و بر کار Treitel (۱۹۷۶) استوار است. نامی که Gulunay برای این تکنیک بکار برد واهمامیخت پیشگو در حوزه فرکانس-مکان (F-X preditive deconvolution) بود. انتخاب این نام با توجه به عملکرد واهمامیخت پیشگو، نام صحیحی نیست، چرا که در عملکرد واهمامیخت پیشگو قسمت پیش‌بینی شده عنوان بخش حذف شونده از داده‌ها به حساب می‌آید در صورتیکه در عملکرد واهمامیخت پیشگوی F-X قسمت پیش‌بینی شده همان بخش مطلوب داده‌ها است. نامهای دیگری هم برای این فیلتر توسط افراد مختلف بکار برد شده که عبارتند از: فیلتر پیشگوی F-X (Wang, 1990)، فیلتر پیشگوی وینر مختلط در حوزه F-X (Hornbostel, 1991)، پیشگویی F-X (Claerbout and Abma, 1995) و فیلتر پیشگوی مکانی (Yilmaz, 2001) می‌باشد. در این مطالعه از عنوان فیلتر پیشگوی F-X استفاده شده است.

آنچه در فیلتر پیشگوی F-X حائز اهمیت است تصادفی بودن نوافه و پیوستگی سیگنال در بعد مکان است. بنابراین الگوریتمی مورد نیاز خواهد بود که قادر باشد انرژی پیوسته و همدوسر را از یک تریس به تریس دیگر (در بعد مکان) پیش‌بینی نماید. به همین خاطر سعی شد تا فیلتر پیشگویی کننده‌ای در حوزه فرکانس-مکان طراحی شود. بدین ترتیب که برای هر مؤلفه از طیف فرکانس داده‌های لرزه‌ای، ضرایب فیلتر پیشگو (مختلط و خطی) طوری تعیین شود که بكمک آن بتوان مقدار مؤلفه مذکور در هر تریس را از روی تریس اطرافش پیش‌بینی کرد.

بلحاظ نظری این کار در سه مرحله قابل اجراست:

۱. انتقال داده‌های لرزه‌ای  $d(t, x)$  از حوزه زمان-مکان به حوزه فرکانس-مکان با استفاده از تبدیل فوریه  $D(f, x) = FFT\{d(t, x)\}$

۲. تعیین ضرایب فیلتر پیشگوی مختلط برای هر فرکانس ثابت  $f_c$  با استفاده از داده‌های مربوطه  $D(f_c, x_n)$ , بطوریکه مجموع مربعات خطای بین خروجی مطلوب  $d_t$  و خروجی فیلتر  $y_t$  حداقل شود. درینجا  $n = 1, 2, \dots, N$  نشانگر تعداد تریس لرزه‌ای است.

۳. اعمال فیلتر که به دو صورت زیر قابل اجراست:

الف) اجرای فیلتر در حوزه F-X و سپس انتقال داده‌های فیلترشده به حوزه زمان- مکان.

ب) انتقال ضرایب فیلتر پیشگو به حوزه زمان- مکان و اجرای فیلتر در این حوزه.

## ۲- مبانی نظری فیلتر وینر مختلط

پایه ریاضی فیلتر وینر مختلط همچون فیلتر وینر غیر مختلط براساس نظریات رابینسون و تریتل (۱۹۸۰) می‌باشد. در اینجا سعی برآن است تا ضرایب فیلتر طوری تعیین شوند تا انرژی خطای بین خروجی ایده آل و خروجی واقعی حداقل باشد.

همامیخت فیلتر حقیقی  $f_x$  به طول  $(m+1)$  با ورودی حقیقی  $d_x$  به طول  $(n+1)$  بصورت زیر بیان می‌شود:

$$y_x = \sum_{k=0}^m f_s d_{x-s} \quad (1)$$

اگر مقادیر  $d_x$ ,  $f_x$  و  $y_x$  مختلط باشد خواهیم داشت:

$$f_x = f_x^{\text{Re}} + i f_x^{\text{Im}} , \quad d_x = d_x^{\text{Re}} + i d_x^{\text{Im}} , \quad y_x = y_x^{\text{Re}} + i y_x^{\text{Im}}$$

در نتیجه معادله (۱) تبدیل به همامیخت مختلط شده و به صورت ماتریسی زیر نوشته می‌شود:

$$y = d f \quad (2)$$

که در آن  $y$  و  $f$  به ترتیب بردارهای ستونی مختلط به طولهای  $(m+n+1)$  و  $(m+1)$  و  $d$  یک ماتریس مربعی مختلط به ابعاد  $(m+n+1) \times (m+1)$  است. در اینحالت انرژی خطای بین خروجی ایده آل و خروجی واقعی بصورت زیر خواهد بود:

$$I = e^{-T} e \quad (3)$$

که در آن  $\sim$  نشانده‌نده مزدوج مختلط و  $T$  ترانهاده ماتریس است.  
فیلتر مختلط  $f$  را می‌توان از مینیمم نمودن  $I$ ، بوسیله تعمیم تئوری کمترین مربعات برای حالت مختلط بدست آورد. برای این منظور از تعریف تبدیل هرمیتین و خواص آن استفاده می‌کنیم:

$$A^{-T} = A^H \quad , \quad (A^H)^H = A \quad , \quad (AB)^H = B^H A^H \quad (4)$$

که در آن  $A$  و  $B$  ماتریسهای مختلط و  $H$  نشانگر هرمیتین آنها است. هرگاه  $d'$  نشانگر خروجی ایده ال باشد، با جایگزینی مقدار برای  $e$  در معادله (۳) و با توجه به خواص ذکر شده در (۴) داریم:

$$I = e^H e = (d' - d f)^H (d' - d f)$$

$$I = d'^H d' - f^H d^H d' - d'^H d f + f^H d^H d f \quad (5)$$

با استفاده از تساوی‌های زیر:

$$d^H d' = g \quad , \quad d'^H d' = \partial \quad , \quad d^H d = R$$

معادله انرژی خطای (۵) به صورت ساده می‌شود:

$$I = \partial - f^H g - g^H f + f^H R f$$

انرژی خطای وقتی مینیمم می‌شود که:

$$\frac{\partial I}{\partial f} = -g^H + f^H R = 0 \quad (6)$$

بنابراین ضرایب فیلتر  $f$  از معادله ماتریسی زیر بدست خواهد آمد:

$$f^H R = g^H$$

با اعمال عملگر هرمیتین به دو طرف معادله فوق داریم:

$$(f^H R)^H = (g^H)^H$$

و با استفاده از ویژگی  $(R^H = R)$  داریم:

$$Rf = g \quad (\text{V})$$

معادله ۷ نشانگر  $(m+1)$  معادله خطی با مقادیر مختلط است که می‌توان با حل آن ضرایب فیلتر مختلط  $f$  را بدست آورد. برای آشنایی با حل معادلات نرمال مختلط به ارجمندپور (۱۳۸۲) رجوع شود.

### ۳- ضرایب فیلتر $\mathbf{F-X}$

هرگاه تریس لرزه‌ای بصورت قطاری از ضربه‌ها با دامنه‌های مختلف در نظر گرفته شود:

$$u(t, x) = \sum_{j=1}^n A_j \delta(t - g_j(x))$$

که در آن  $A_j$  نشان دهنده دامنه ضربه زام و  $g_j(x)$  تابع تأخیراست. این تابع بیانی نشانگر رویدادی در مقطع لرزه‌ای هم می‌باشد. پس از اجرای تبدیل فوریه (زمانی) روی معادله فوق خواهیم داشت:

$$U(\omega, x) = \sum_{j=1}^n A_j e^{-i\omega g_j(x)}$$

که در آن  $\omega$  فرکانس زاویه ای است. همانطور که مشاهده می‌گردد در حوزه فرکانس-مکان تریس لرزه ای تبدیل به مجموعه جملات سینوسی و کسینوسی بصورت تابعی از  $x$  و  $\omega$  می‌شود. از آنجا که فیلتر F-X فقط رویدادهای خطی را پیشگوئی می‌کند، بنابراین تابع  $(x_j g_j)$  باید بصورت خطی (یا نزدیک به خط) باشد. با فرض خطی بودن  $(x_j g_j)$ ، تبدیل فوریه تریس لرزه‌ای بصورت زیر درخواهد آمد:

$$U(\omega, x) = \sum_{j=1}^N c_j e^{-i\omega b_j x}$$

که در آن  $c_j$  یک ثابت مختلط (که بستگی به قدرت چشم و ضریب بازتاب دارد) و  $b_j$  شیب رویداد لرزه‌ای است. همانطور که مشاهده می‌شود، فرض خطی بودن رویداد لرزه ای باعث گردیده تا تابع  $U(\omega, x)$  کاملاً بر حسب  $x$  سینوسی شود.

هیچ محدودیتی برای درنظر گرفتن تریس لرزه‌ای بصورت قطاری از ضربه‌ها نبوده و می‌توان فرض کرد که تریس لرزه‌ای حاصل همامیخت یک موجک با ضربه‌ها باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$u(t, x) = \sum_{j=1}^N v_j [t - g_j(x)]$$

که در آن  $v_j$  یک موجک دلخواه است. پس معادله نهایی  $U(\omega, x)$  در حوزه فرکانس-مکان با فرض مدل خطی برای  $(x_j g_j)$  به صورت زیر بدست می‌آید:

$$U(\omega, x) = \sum_{j=1}^N V_j(\omega) e^{-i\omega g_j(x)}$$

که در آن  $V_j(\omega)$  تبدیل فوریه موجک فرضی است.

بنابراین در حوزه F-X رویدادهای خطی موجود در مقطع لرزه ای بصورت توابع نمایی مختلط بر حسب  $x$  ظاهر می‌شوند و بوسیله فیلتر پیشگو از نوع یک قدم به جلو (one-step-ahead)

قابل پیشگویی خواهند بود. بدین صورت که اگر ورودی با طول  $n$  را بصورت  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  داشته باشیم لازم است فیلتری به طول  $m$  ( $f_1, f_2, \dots, f_m$ ) بدست آوریم بطوریکه برای هر مقدار از ورودی رابطه زیر برقرار باشد:

$$u_x * f_x = u_{x+1} \quad (8)$$

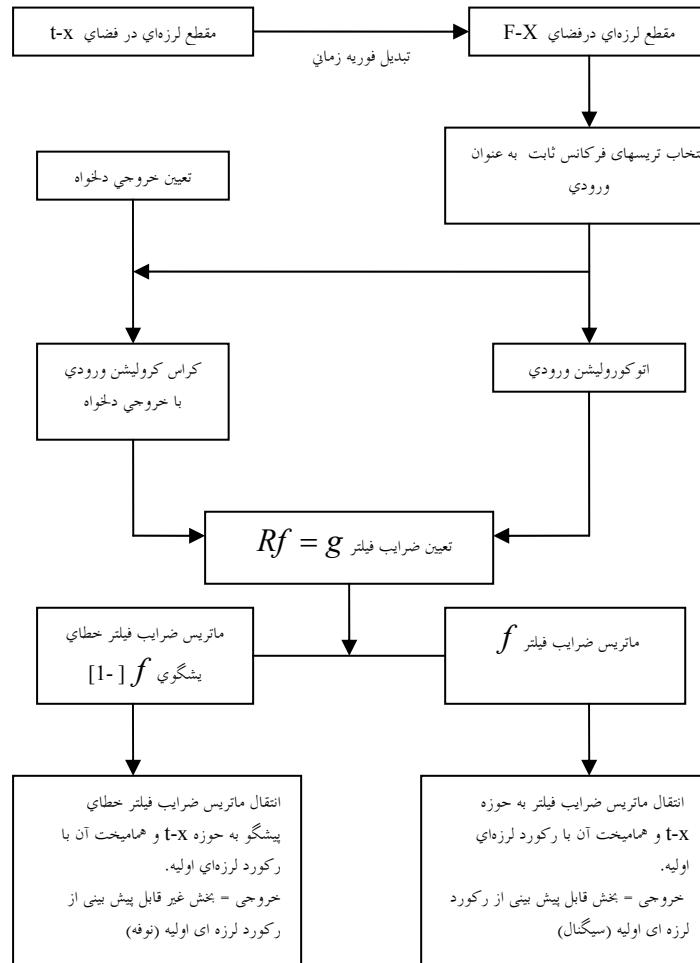
که در آن  $u_{x+1}$  یک نمونه از ورودی با شیفت مکانی واحد از ورودی  $u_x$  است. سری ضرایب  $(f_1, f_2, \dots, f_m)$  راعملگر پیشگویی مختلط (complex prediction operator) می‌نامند. این عملگر به ما اجازه می‌دهد تا قسمت پیش‌بینی شونده از  $(\omega, x)U$  را یک قدم جلوتر (یا در ترسیس بعدی) برای هر فرکانس دلخواه بدست آوریم. سری ضرایب  $(-f_1, -f_2, \dots, -f_m)$  را اپراتور خطای پیشگویی (prediction error operator) می‌نامند که بخش غیر قابل پیشگویی از ورودی را یک قدم جلوتر بدست می‌دهد.

#### ۴- ساختار نرم افزار تدوین شده

در این مطالعه نرم افزار فیلتر-X، رکورد چشمeh مشترک و مقطع لرزه‌ای مصنوعی در محیط MATLAB نوشته شده است. نحوه کار فیلتر به اینصورت است که ابتدا رکورد لرزه‌ای بكمک تبدیل فوریه به حوزه فرکانس- مکان (F-X) انتقال می‌یابد. ضرائب فیلتر در حوزه فرکانس- مکان برای همه فرکانسها (هرسطر از ماتریس داده‌ها به یک فرکانس خاص تعلق دارند) بدست می‌آید. ضرایب فیلتر پیشگو و فیلتر خطای پیشگویی در ماتریسی به ابعاد  $m \times n_f$  (که در آن  $m$  تعداد نمونه‌های زمانی و  $n_f$  طول فیلتر است) بكمک عکس تبدیل فوریه به حوزه  $t-x$  انتقال می‌یابد. با همامیخت ماتریس داده‌های لرزه‌ای با ماتریس ضرایب فیلتر، خروجی فیلتر بدست می‌آید.

خروجی فیلتر پیشگوی F-X همان داده‌های لرزه‌ای فیلتر شده است که شامل قسمت قابل پیش‌بینی از داده‌ها است. همچنین از همامیخت ماتریس داده‌های لرزه‌ای اولیه با ماتریس ضرایب فیلتر خطای پیشگویی قسمت غیر قابل پیش‌بینی از داده‌ها یا همان نوفه‌های تصادفی بدست می‌آیند.

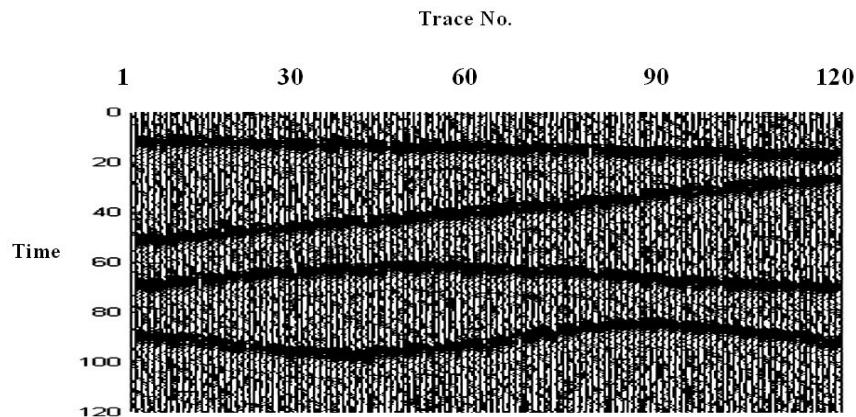
لازم به اشاره است که عمل فیلتر (همامیخت داده‌های اولیه با ضرایب فیلتر) را می‌توان در حوزه فرکانس هم انجام داد. شکل ۱ ساختار نرم افزار جهت محاسبه ضرایب فیلتر و اجرای آن بر روی داده‌های لرزه‌ای را نشان می‌دهد.



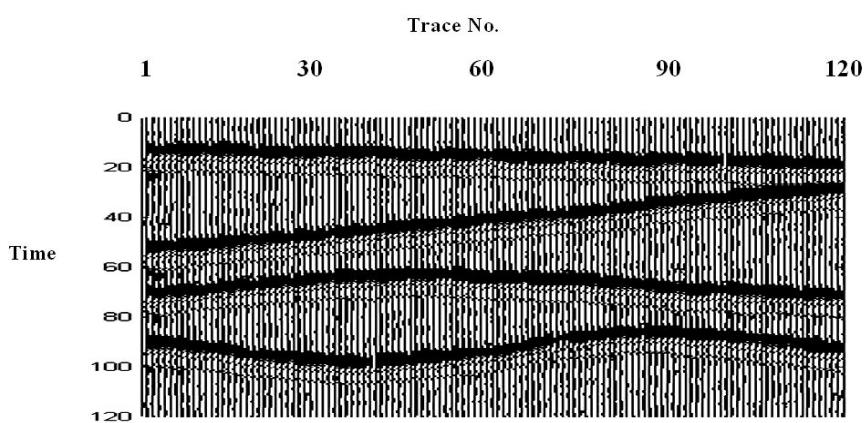
شکل ۱- نمودار جریان نرم افزار پیشگو F-X

## ۵- کاربردها

برای نشان دادن کارایی فیلتر پیشگوی F-X طراحی شده در حذف نویفه‌های تصادفی، یک مقطع لرزه‌ای مصنوعی تهیه شد که در شکل ۲ نشان داده شده است. شکل ۳ مقطع لرزه‌ای مصنوعی مذکور را پس از اعمال فیلتر نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود بخش قبل ملاحظه‌ای از نویفه‌های تصادفی حذف شده است بدون آنکه اثر نامطلوبی بر روی رویدادهای لرزه‌ای مقطع ایجاد شود. هرگاه رویداد لرزه‌ای دارای شیب کم باشد دراینصورت فیلتر پیشگوی F-X قادر خواهد بود رویداد مذکور را از روی اطلاعات تریسه‌های مجاور پیش‌بینی نماید.

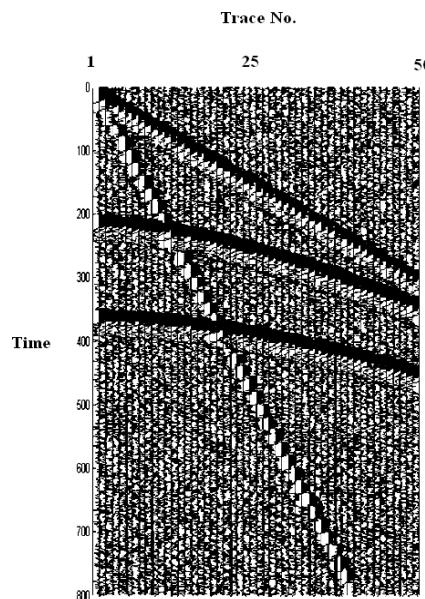


شکل ۲- مقطع لرزه ای مصنوعی به همراه نویه تصادفی

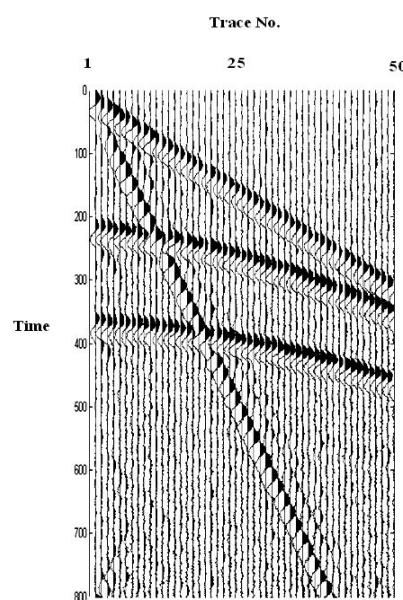


شکل ۳- مقطع لرزه ای مصنوعی شکل (۲) بعد از اعمال فیلتر پیشگوی F-X برای حذف نویه های تصادفی.

از آنجا که در رکوردهای چشمی مشترک این شرط صادق نیست، از اینرو اعمال فیلتر پیشگوی F-X علاوه بر حذف نویه های تصادفی، بخشی از سیگنال نیز حذف خواهد شد. شکل ۴ یک رکورد مصنوعی چشمی مشترک را که حاوی دو رویداد خطی، دو رویداد بازتابی و نویه های تصادفی است، نشان می دهد. شکل ۵ رکورد چشمی مشترک مذکور را پس از اعمال فیلتر پیشگوی F-X بمنظور حذف نویه های تصادفی، نشان می دهد. اختلاف بین رکورد اصلی و رکورد فیلتر شده در شکل (۶) آورده شده است. همانطور که انتظار می رفت این فیلتر بخشی از سیگنالها را بخاطر شبی زیادشان همراه با نویه های تصادفی حذف کرده است.



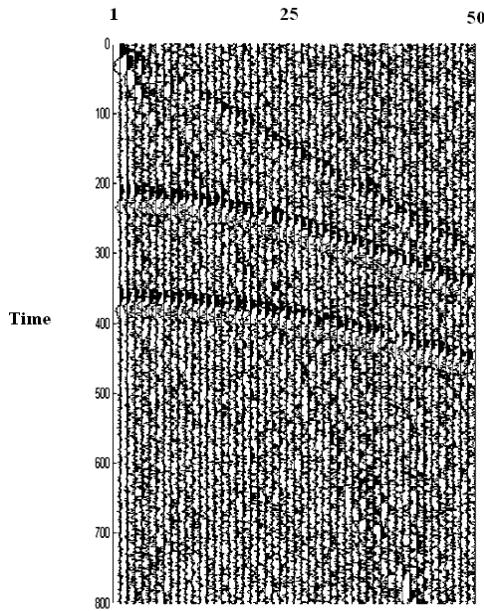
شکل ۴- رکورد چشمی مشترک لرزه‌ای مصنوعی



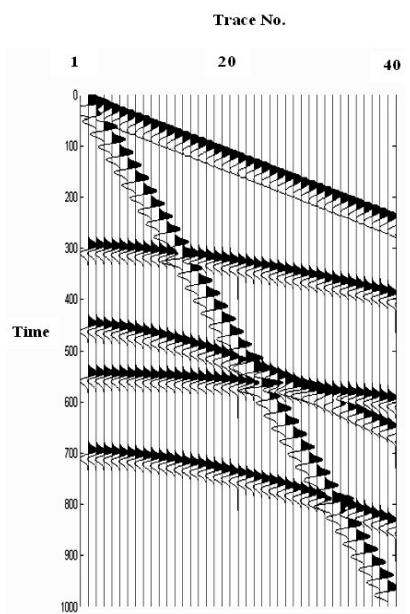
شکل ۵- رکورد چشمی مشترک لرزه‌ای مصنوعی شکل (۴) بعد از اعمال فیلتر پیشگوی F-X برای حذف نویه‌های تصادفی

در این مطالعه همچنین سعی شد تا از فیلتر پیشگوی F-X بمنظور حذف نوفه همدوس از داده های لرزه ای برآنبارش نشده هم استفاده شود. برای فراهم آوردن امکان چنین استفاده ای، رویداد خطی مورد نظر (یا نوفه همدوس) طوری در زمان شیفت داده شد تا شبیه آن نزدیک به صفر شده و قابل پیش بینی بکمک فیلتر پیشگوی F-X گردد. شکل(۷) رکورد چشمeh مشترک لرزه ای مصنوعی مورد استفاده در این مطالعه را که حاوی اولین رسیدها، تعدادی رویداد بازتابی و امواج هوا (رویداد خطی دوم) است، نشان می دهد. در اینجا سعی بر آن بود تا امواج هوا با اعمال فیلتر پیشگوی F-X تضعیف شود. برای این منظور ابتدا بکمک بروونراند خطی، امواج هوا افقی شدند، سپس با اعمال فیلتر پیشگوی F-X به محدوده ای از رکورد لرزه ای که حاوی امواج هوا افقی شده بود این رویداد خطی پیش بینی و از رکورد لرزه ای اولیه حذف گردید (شکل ۸). برای جزئیات بیشتر در مورد بروونراند خطی بکار گرفته شده در این مطالعه به ارجمندپور(۱۳۸۲) مراجعه شود.

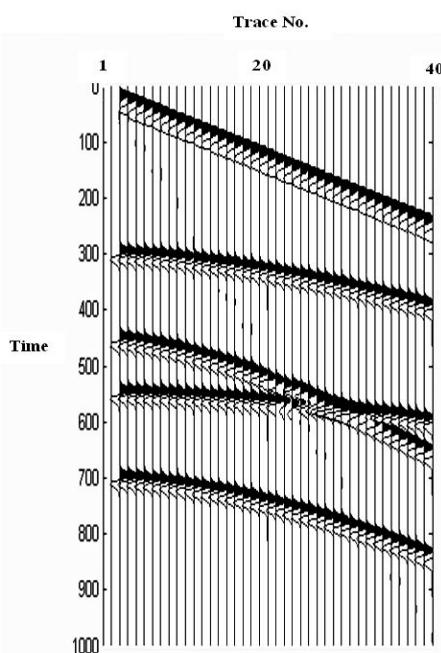
Trace No.



شکل ۶ - بخش حذف شده از رکورد شکل (۴) توسط فیلتر. همانطور که مشاهده می شود قسمتی از رویدادهای لرزه ای بخاطر شبیه زیادشان بعنوان نوفه تشخیص داده شده و حذف شده اند.



شکل ۷ - رکورد چشمی مشترک لرزه ای مصنوعی حاوی رویداد خطی (امواج هوایی)



شکل ۸ - تضعیف رویداد خطی (امواج هوایی) از رکورد لرزه ای شکل (۷) توسط فیلتر پیشگوی F-X

## ۶- نتیجه گیری

در این مطالعه فیلترپیشگوی مختلط در حوزه F-X برای حذف نویه های تصادفی از مقاطع لرزه ای بر انبارش شده مصنوعی، مورد استفاده قرار گرفت. فیلتر کارکرد خوبی در تضعیف نویه های تصادفی از خود نشان داده بدون آنکه آسیب قابل ملاحظه ای به رویدادهای لرزه ای وارد شود. ولی کارکرد فیلتر برای حذف نویه های تصادفی از رکوردهای چشم مشرک رضایت بخش نبود و علاوه بر حذف نویه های تصادفی، بخشی از سیگنال نیز حذف شد.

همچنین توانائی این فیلتر برای تضعیف رویداد خطی (یا نویه های همدوس) از رکورد چشم مشرک مصنوعی نیز بررسی شد. نتیجه نشان می دهد که بعد از اعمال فیلتر، رویداد خطی همدوس بطور قابل ملاحظه ای از رکورد لرزه ای چشم مشرک تضعیف می شود بدون آنکه پدیده نامطلوبی در رکورد لرزه ای از خود بر جا گذارد.

## References

- Abma, R. and Clearbout, J. (1995) *Lateral prediction for noise attenuation by t-x and f-x techniques*. Geophysics, vol. 60, NO. 6.
- Gulunay, N. (1986) *F-X decon and complex Wiener prediction filter*. Presented at the 56<sup>th</sup> Annual SEG Meeting, Houston.
- Canales, L. (1984) *Random noise reduction*. Presented at the 54<sup>th</sup> Annual SEG Meeting
- Treitel, S. (1974) *the complex Wiener filter*. Geophysics, 39, 169-173.
- Peacock, K. L. and Treitel, S. (1969) *Predictive Deconvolution. Theory and Practice*, Geophysics, vol. 34, No.
- Wang W. and West G. F. (1994) *F-X Filters With Dip Rejection*. Presented at the 64<sup>th</sup> Annual SEG Meeting, Houston, 1436-1438.

ارجمندپور، ن. (۱۳۸۲) تضعیف نویه های لرزه ای در حوزه فرکانس- دورافت، پایان نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، تهران، ایران.